

УДК 165

**А. В. Хлебалин**

*Институт философии и права СО РАН  
ул. Николаева, 8, Новосибирск, 630090, Россия*

*Новосибирский государственный университет  
ул. Пирогова, 1, Новосибирск, 630090, Россия*

*sasha\_khl@mail.ru*

## **ФИЛОСОФСКИЕ И ЛОГИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К АКСИОМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИСТИНЫ\***

Рассматривается проблема формулировки критериев, предъявляемых к аксиоматическим теориям истины. Фиксируется расхождение формально-логических критериев аксиоматической теории истины и философских целей создания таких теорий. Предложено расширения стандартного набора требований критерием консервативности расширения, представляющим в формальном виде философскую концепцию истины.

*Ключевые слова:* аксиоматические теории истины, дефляционная концепция истины, логико-математическое представление концепции истины.

Возрождение интереса к проблеме истины, начавшееся в первой трети XX в., было вызвано не столько тем, что состояние философского знания сделало совершенно неотложным решение этой традиционной проблемы, сколько возникновением новых формальных средств в распоряжении философов. Применение этих средства породило новый подход к решению проблемы истины, настолько отличающийся от традиционного, что полученные с их помощью результаты привели к формулировкам теорий, которые стало принято противопоставлять традиционным. Например, С. Феферман приводит следующую типологию теорий истины: «В общих чертах есть два вида теории истины – философские и логические. Философские теории истины восходят к грекам и существуют до наших дней, вклю-

---

\* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-18-10359).

чают в себя корреспондентную, когерентную, дефляционную и примитивистскую теории истины. С другой стороны, логические теории истины датируются только 1930-ми годами» [Feferman, 2011. P. 1–2]. Феферман соотносит эти два типа теорий с двумя подходами к решению проблемы истины: семантическим и аксиоматическим. Семантический подход предполагает, что ее решение должно заключаться в построении определения для этого понятия; семантическая теория истины А. Тарского может быть рассмотрена как кульминация этого подхода. Не требует дополнительного пояснения тот факт, что семантический подход является основным для сторонника инфляционной трактовки истины, согласно которой это понятие обладает нетривиальным эпистемологическим и/или метафизическим содержанием.

Вместе с тем работы А. Тарского могут рассматриваться в качестве отправной точки в развитии аксиоматического подхода к истине. Несмотря на то, что сам автор открыто заявляет о своих намерениях построить «верное по существу и формально безукоризненное определение термина ‘истинное высказывание’» [Tarski, 1956. P. 152], он рассматривает в том числе возможность аксиоматического анализа понятия истины, основанного на принятии в качестве аксиомы схемы эквивалентности. Результат этого представлен в Теореме III:

Если класс всех доказуемых предложений метатеории непротиворечив, и если мы добавим к метатеории символ ‘ $Tr$ ’ в качестве нового примитивного знака, а все теоремы, соответствующие условиям (α) и (β) Конвенции Т, в качестве новых аксиом, то полученный таким расширением класс доказуемых предложений метатеории также будет непротиворечив [Ibid. P. 256].

Фактически сразу А. Тарский отказывается от идеи аксиоматизации истины на основе использования Конвенции Т:

«Значимость достигнутого результата значительно снижается тем фактом, что упомянутые в Теореме III аксиомы обладают очень ограниченной дедуктивной силой. Основанная на них теория истины окажется в высшей степени неполной системой, лишенной наиболее важных и наиболее полезных общих теорем <...> Если в этой функции мы подставим на место переменной ‘ $x$ ’ структурно-дескриптивные имена предложений, мы получим бесконечное число теорем, доказательство которых на основе полученных из Конвенции Т аксиом не представляет ни малейшей сложности. Но ситуация фундаментально меняется, как только мы переходим к обобщению этой сентенциальной функции, т. е. к общему принципу противоречия. С интуитивной точки зрения истинность всех этих теорем сама уже является доказательством общего принципа; этот принцип представляет, так сказать, «бесконечный логический

результат» этих отдельных теорем. Но это несколько не означает, что мы действительно можем вывести принцип противоречия из упомянутых аксиом и теорем с помощью обычного используемого способа вывода. Напротив, посредством незначительной модификации Теоремы III может быть показано, принцип противоречия не является следствием (по крайней мере, в существующем смысле слова) описанной системы аксиом [Ibid. P. 257].

Иными словами, А. Тарский отказывается от описанной аксиоматизации теории по причине ее дедуктивной слабости в связи с невозможностью доказать закон исключенного третьего и нежеланием автора ограничить требования адекватности теории исключительно доказательством Т-предложений. Далее автор рассматривает возможность получения более интересной теории не только на основе схемы эквивалентности, но и с использованием дополнительных аксиом и приходит к пессимистическому заключению:

Мы можем, конечно, теперь расширить вышеупомянутую систему аксиом добавлением к ней серии независимых от независимых от нее общих предложений. Мы могли бы взять в качестве аксиом принципы противоречия или исключенного третьего, так же как и предложения, утверждающие истинность следствий истинных предложений, а также, что все примитивные предложения исследуемой науки принадлежат классу истинных предложений. Теорема III могла бы быть расширена до системы аксиом, дополненной таким способом. Но мы не придаем большой важности этой процедуре. Кажется, что любое такое расширение системы аксиом имеет случайный характер, завися от, скорее, несущественных факторов, таких, например, как текущее состояние науки в этой сфере [Ibid. P. 258].

На этом мы оставим рассмотрение анализа А. Тарским перспектив аксиоматического представления теории истины. Сказанного достаточно для демонстрации того, что его семантическая теория одновременно оказалась и кульминацией развития семантического подхода, и в то же время содержит истоки аксиоматизации теории истины.

Теория А. Тарского не только дает начало двум противостоящим ныне подходам в решении проблемы истины, но и радикально меняет представление о том, как должна пониматься сама эта проблема. Традиционный вопрос, инспирировавший появление инфляционной позиции, имел в высшей степени поэтическую формулировку: «Что есть истина?». Семантическая теория является ответом на другой вопрос: «Как функционирует истина?». Подчеркивая значимость такой смены вопроса, Л. Хорстен уподобляет значимость результатов А. Тарского для современной философии значимости механики И. Нью-

тона для физики: «Если бесперспективно давать субстанциальное определение истины, тогда мы должны попытаться выписать аксиомы, описывающие функционирование понятие истины настолько точно, насколько это возможно, – мы должны найти для истины что-то, аналогичное ньютоновским законам для силы» [Horsten, 2011. P. 16]. А открытые семантической теорией А. Тарского перспективы представляются ему в высшей степени многообещающими: «В девятнадцатом веке ньютоновские силы стали работать на нас: была изобретена паровая машина. Едва ли представимо, как могла случиться промышленная революция в западном мире без предшествовавшей ей научной революции раннего семнадцатого века. Возможно, понятие истины может каким-то аналогичным способом начать работать на нас. Оно, скорее всего, не сможет помочь нам в конструировании нового типа бульдозера. Но мы увидим, что поразительно, оно дает нам дополнительную силу в математике, царице наук» [Ibid. P. 19].

Противопоставление семантического и аксиоматического подходов не предполагает их несовместимости. Напротив, они могут оказаться взаимосвязанными в конкретных теориях истины. Использование аксиоматического метода значительно расширяет набор средств, используемых в экспликации функционирования понятия истины. Так, С. Феферман (см.: [Feferman, 2011]) перечисляет следующие достоинства, которыми обладает использование аксиоматического метода в исследовании истины:

1. Аксиоматические теории позволяют разделять то, что нужно для обоснования конкретного семантического определения, и ту цель, для достижения которой строится определение. При этом аксиоматические теории обычно более слабые, чем теории, использующие семантические конструкции и зачастую включающие в себя элементы теории множеств.

2. Многие аксиоматические теории основаны на данном семантическом определении и тем самым, автоматически, непротиворечивы. Для других непротиворечивость может быть показана с помощью соответствующей модели или теоретико-доказательными средствами.

3. Часто отдельные семантические конструкции предназначены для представления определенных *prima facie* основополагающих свойств истины, таких как Т-схема или композициональность.

4. Более того, аксиоматизация может позволить обнаружить дополнительные свойства, которые изначально даже не предполагались.

5. Аксиоматизация (не обязательно однозначно определенная) данной семантической конструкции обеспечивает структуру, в которой можно систематически рассуждать о различных аспектах кон-

струкции. Это помогает нам оценить достоинства и возможные недостатки самой исходной конструкции.

6. Можно сравнивать различные аксиоматизации в отношении их теоретико-доказательной силы, используя широкий набор хорошо установленных метаматематических техник.

7. Философская концепция истины может быть представлена как семантическими, так и аксиоматическими средствами. Но именно использование последних позволяет нам достичь большей ясности и оценить лежащую в основании концепцию.

Эти преимущества аксиоматического метода объясняют наблюдающийся в течение последней четверти века рост числа аксиоматических теорий истины и ту непрерывно возрастающую роль, которую они играют в сугубо философских дебатах об истине. Прежде всего, аксиоматические теории истины были «взяты на вооружение» сторонниками дефляционного подхода. Это вполне естественно, ведь для них истина является логико-математическим понятием, функционирование которого должно быть описано соответствующими формально-логическими средствами. Активное использование аксиоматического метода породило впечатляющее число аксиоматических систем истины, как типовых (т. е. таких, в которых предикат истины применяется только к тем предложениям, которые не содержат такой предикат), так и нетиповых (т. е. позволяющих приписывать истинность предложениям, уже содержащим его). Скорость и определенная легкость конструирования таких систем привели к тому, что все более значимой становится проблема сравнения данных аксиоматических теорий и все более настойчиво требует ответа вопрос об их философской релевантности: в какой степени строящиеся системы обладают значимостью для решения философской проблемы истины.

Ответ на указанные вопросы должен предваряться соглашением о том, каким критериям должна отвечать аксиоматическая теория истины. Именно этот вопрос все чаще становится предметом обсуждения в ходе оценки результатов, полученных с помощью формально-логических средств решения проблемы истины (см., например: [Cantini, 1996; McGee, 1991; Maudlin, 2004; Sheard, 2002]). Таким образом, ни вопрос о том, в какой степени результаты использования аксиоматического метода построения теории истины могут иметь философское значение, ни проблема сравнения аксиоматических теорий не могут быть решены без предшествующего им анализа критериев, которым должна соответствовать аксиоматическая теория

истины. Наиболее обсуждаемый перечень критериев для аксиоматической теории истины был предложен Х. Лейтгебом [Leitgeb, 2011]:

1. В теории истина должна быть выражена предикатом (и теория должна обладать теорией синтаксиса).

2. Теория должна позволять доказывать истинность результата добавления теории истины к математическим или эмпирическим теориям.

3. Теория должна быть нетиповой.

4. T-предложения должны быть неограниченно доказуемы.

5. Теория истины должна включать принцип композициональности.

6. Теория должна предусматривать стандартную интерпретацию.

7. В теории должны совпадать внутренняя и внешняя логика <sup>1</sup>.

8. Внешняя логика должна быть классической логикой.

Сформулировав этот перечень требований, который кажется вполне естественным и не содержащим никаких заведомо недостижимых критериев, Х. Лейтгеб объявляет его невыполнимым. Прежде всего, результат А. Тарского показывает, что если теория соответствует требованиям 1–4 и 8, она окажется противоречивой. В семантической теории истины в качестве единственного возможного выхода из такой ситуации признается отказ от требования 3. Далее Х. Лейтгеб подробно перечисляет возможные комбинации сформулированных им требований и показывает, что они не выполняются (мы вынуждены за подробностями отослать читателя к указанной работе Х. Лейтгеба). Заканчивает он свои рассуждения демонстрацией того, что анализ вполне оправданных и даже естественных критериев адекватности аксиоматической теории истины порождает не ожидаемое согласие в отношении перечня, а целый сонм вопросов, ответы на которые окажутся менее тривиальными, чем пункты инспирировавшего их появление перечня:

Должны ли мы принимать во внимание то, в какой «степени» постулаты удовлетворены или не удовлетворены? Какие существуют другие нормы, определяющие наше понимание истины? Должны ли некоторые нормы из нашего перечня быть пересмотрены или отброшены по причине того, что их общезначимость ограничена теориями истины, для языков без предиката истины? Должны ли мы расширить наши семантические рассуждения истины

---

<sup>1</sup> Под «внешней» логикой имеется в виду логика, описывающая фрагмент системы, образуемый предложениями, не содержащими предикат истины, а под внутренней – та, которая применяется к последнему типу предложений. Несмотря на естественность и даже очевидность такого требования, оно может не выполняться.

до семантико-прагматических, как это показало свою полезность в других философских сферах? (Контекстуальные теории истины, такие как теория Гланзберга, кажется, ведут в этом направлении). К счастью, есть много вопросов для дальнейшей работы по формальным теориям истины. Несмотря на некоторое похолодание в последние пятнадцать лет, коэффициент резкости погоды в этой области философской логики все еще далек от «замерзания» [Leitgeb, 2011. P. 288].

Оптимизм Х. Лейтгеба, усматривающего в охарактеризованной ситуации источник дальнейших интересных дискуссий для философской логики, тем не менее, озадачивает. Судя по всему, содержанием таких дискуссий станут различные формальные ограничения на принципы построения аксиоматических теорий. Безусловно, полученные в ходе них результаты привнесут большую формальную строгость в дебаты об истине. Но при этом возникает риск еще большего отдаления аксиоматических теорий истины от философских трактовок этого понятия, обоснование и экспликация которых изначально и вызвало обращение к аксиоматическому методу. Некоторые авторы, чьи работы являются классикой аксиоматического подхода, – такие, как, например, Х. Фридман и М. Ширд, – не усматривают особого интереса в попытках соотнести формальные результаты аксиоматических теорий истины с какими-либо философскими позициями (см.: [Friedman, Sheard, 1987]).

Не отрицая самостоятельной ценности формальных результатов, позволим не согласиться с такой позицией. Изначально аксиоматический подход к решению проблемы истины был инспирирован сугубо философскими соображениями. Действительно, традиционные дебаты об истине были лишены должной точности и строгости, восполнить недостаток которых аксиоматические теории и были призваны. Нам кажется более плодотворной оценка значимости результатов по аксиоматизации теории истины, выраженная Л. Хорстеном: «Бог в деталях, говорят они, но и дьявол там же. Мы увидим, как посредством детальной разработки формальной теории истины могут возникнуть очертания философских концепций. И мы увидим, как слабость воззрений на понятие истины может быть обнаружена с формальной точностью тщательным анализом их сердцевины» [Horsten, 2011. P. 19]. Возможность использования результатов по аксиоматизации теории истины в философских концепциях можно усмотреть и в том, что их появление вызвало невиданный энтузиазм у сторонников дефляционного подхода к истине: в них они усмотрели не только средства уточнения своей концепции, но также и источник аргументов,

направленных против инфляционной концепции истины. Апологеты использования аксиоматических теорий для выражения и обоснования концепции дефляционизма настаивают на том, чтобы дополнить перечень Х. Лейтгеба еще одним требованием – требованием консервативности расширения (см.: [Halbach, Horsten, 2015. P. 277]).

В философском по своему содержанию противостоянии инфляционного и дефляционного подходов к трактовке понятия истины, консервативность расширения теории при добавлении к ней предиката истины оказывается решающим фактором. Дефляционная концепция сводится к указанию на то, что понятие истины является исключительно логико-математическим понятием, реализующим экспрессивную функцию в формальных системах. В данном случае речь идет о том, что предикат истины, по большому счету, помогает «сберечь время и чернила»: позволяет избежать потенциально бесконечных конъюнкций и дизъюнкций, как в случае, например, выражения принципа математической индукции, когда вместо потенциально бесконечной конъюнкции можно использовать предикат истины и квантор всеобщности в первопорядковой логике. Действительно, все указанные свойства предиката истины, выделенные сторонниками дефляционного подхода, характеризуют его как лишенный какого-либо содержания. Обобщением такой экспрессивистской и логической трактовки функций предиката истины является общее заявление, что его использование не может привести никакого существенно нового содержания. Формальным представлением такой бессодержательности предиката истины является свойство консервативности расширения теории с добавлением к исходной предиката истины. Вследствие этого дефляционная программа кажется существенно связанной с требованием консервативности. Более того, можно утверждать, что такое требование выглядит как следствие дефляционного подхода: если понятие истины является бессодержательным и выполняет исключительно роль логического инструмента, то добавление его к некоторой теории  $A$  должно привести к получению теории  $A'$ , которая была бы консервативной по отношению к исходной теории. Конструирование достаточно сильной аксиоматической теории истины, добавление которой к математической теории удовлетворило бы это требование, явилось бы значительным формальным аргументом в пользу утверждения избыточности понятия истины и демонстрацией справедливости дефляционного подхода. Этой общей идее должная точность может быть придана исключительно с помощью построения такой аксиоматической теории истины. Дело в том, что «добавление предиката истины к теории» предполагает использование аксиоматических теорий истины к исходной теории. При этом возникает принципиально



важный для философских концепций вопрос о том, какие аксиоматические теории истины обеспечивают или же не обеспечивают выполнение требования консервативности расширения. Не менее важным при этом оказывается выбор аксиом для теории истины, определяющийся философскими концепциями о природе и функциях этого понятия.

Таким образом, при обсуждении требований к аксиоматическим теориям истины, нам неизбежно придется обратиться, помимо глубоко формальных критериев, к философским концепциям, мотивирующим выбор аксиом, и рассматривать полученные в результате формально-логического анализа аксиоматических теорий истины результаты как экспликацию этих философских концепций и трактовать их в качестве аргументов в пользу или против них.

### Список литературы

*Cantini A.* Logical Frameworks for Truth and Abstraction: An Axiomatic Study // *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*. Elsevier. Amsterdam. 1996. Vol. 135. 349 p.

*Feferman S.* Axiomatizing Truth: Why and How? // *Logic, Construction, Computation* / Eds. U. Berger et al. Ontos Verlag, 2011. P. 185–200.

*Friedman, H., Sheard, M.* An axiomatic approach to self-referential truth // *Annals of Pure and Applied Logic*. 1987. No. 33. P. 1–21.

*Halbach V., Horsten L.* Norms for Theories of Reflexive Truth // *Unifying Philosophy of Truth* / Eds. T. Achourioti, H. Galinon et al. Springer, 2015. P. 263–280.

*Horsten L.* The Tarskian Turn: Deflationism and Axiomatic Truth. MIT Press, 2011. 165 p.

*Leitgeb H.* What theories of truth should be like (but cannot be) // *Blackwell Philosophy Compass*. 2011. Vol. 2/2. P. 276–290.

*Maudlin T.* Truth and Paradox: Solving the Riddles. Oxford: Clarendon Press, 2004.

*McGee. V.* Truth, Vagueness and Paradox: An Essay on the Logic of Truth. Hackett Publ., 1991. 235 p.

*Tarski A.* The Concept of Truth in Formalized Languages // *Tarski A. Logic, Semantics, Metamathematics*. Oxford: Clarendon Press, 1956. P. 152–278.

*Sheard M.* Truth, provability, and naive criteria // *Principles of Truth* / Eds. V. Halbach, L. Horsten. Frankfurt-am-Main, 2002. P. 169–181.

**A. V. Khlebalin**

*Institute of Philosophy and Law, SB RAS  
8 Nikolaev Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

*Novosibirsk State University  
1 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

*sasha\_khl@mail.ru*

## **PHILOSOPHICAL AND LOGICAL DESIDERATUM FOR AXIOMATIC TRUTH THEORY**

The problems connected with the formulation of the criteria for axiomatic truth theories are considered. The paper notes the divergence of formal and logical criteria for the axiomatic truth theory and the philosophical purposes for the creation of such theories. It offers expansions of the standard set of requirements with the criterion of conservativity of extension, presenting the philosophical concept of truth in the formal form.

*Keywords:* axiomatic truth theory, deflationary conception, formal presentation for a conception of truth.

### **References**

Cantini A. Logical Frameworks for Truth and Abstraction: An Axiomatic Study. *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*. Elsevier, Amsterdam, 1996, vol. 135.

Feferman S. Axiomatizing Truth: Why and How? *Logic, Construction, Computation*. U. Berger et al. (eds.). Ontos Verlag, 2011, p. 185–200.

Friedman H., Sheard M. An axiomatic approach to self-referential truth. *Annals of Pure and Applied Logic*, 1987, no. 33, p. 1–21.

Halbach V., Horsten L. Norms for Theories of Reflexive Truth. *Unifying Philosophy of Truth*. T. Achourioti, H. Galinon et al. (eds.). Springer, 2015, p. 263–280.

Horsten L. *The Tarskian Turn: Deflationism and Axiomatic Truth*. MIT Press, 2011.

Leitgeb H. What theories of truth should be like (but cannot be). *Blackwell Philosophy Compass*, 2011, vol. 2/2, p. 276–290.

Maudlin T. *Truth and Paradox: Solving the Riddles*. Oxford, Clarendon Press, 2004.

McGee. V. *Truth, Vagueness and Paradox: An Essay on the Logic of Truth*. Hackett Publ., 1991.

Tarski A. The Concept of Truth in Formalized Languages. *Tarski A. Logic, Semantics, Metamathematics*. Oxford, Clarendon Press, 1956, p. 152–278.

Sheard M. Truth, provability, and naive criteria. *Principles of Truth*. V. Halbach, L. Horsten (eds.). Frankfurt-am-Main, 2002, p. 169–181.